



STAGE DE RECHERCHE

CALCUL DU FLUX D'ANTIPROTONS

Auteur :
Manuela RAIMBAULT

Maître de stage :
Pierre SALATI

Dates du stage : du 4 janvier 2012 au 13 avril 2012

Raison sociale de l'entreprise : CNRS

Adresse : LAPTH - 9 Chemin de Bellevue - 74941 ANNECY-LE-VIEUX

Accompagnateur ECN : Josep PINYOL VIDAL

Remerciements

Je souhaite remercier Pierre Salati,

Une note particulière pour Richard Taillet qui s'est montré disponible quotidiennement, avec des qualités d'encadrement, d'explication et d'humour.

Enfin, je souhaite remercier la Société d'Astronomie de Nantes, sans laquelle je n'aurais pas rencontré Céline Boehm, qui m'a dirigée vers Pierre.

Cadre de ce stage

Ce stage, réalisé au cours d'une année de césure en école d'ingénieur, s'est déroulé sur une période de 15 semaines. Il correspond à un niveau intermédiaire entre M1 et M2.

L'objectif a été d'utiliser un code de calcul de flux portant dans un premier temps sur les protons, puis sur les antiprotons.

Table des matières

I	Calcul du flux de protons	4
1	Théorie et contexte scientifique	4
1.1	Rayonnement cosmique galactique	4
1.2	Modélisation du halo magnétique	4
1.3	Messagers de l'annihilation de la matière noire	5
1.4	Hypothèse de l'état stationnaire	6
1.5	Temps caractéristiques	7
2	Calcul du flux de protons	8
2.1	Calcul du flux avec les fonctions de Bessel J_0	8
2.2	Calcul du flux avec le propagateur de Green des protons	10
3	Comparaison des deux méthodes de calcul	11
II	Calcul du flux d'antiprotons	13
4	Antip	13
4.1	bla	13
4.2	Équation de propagation des antiprotons	14
A	Annexes	15

Première partie

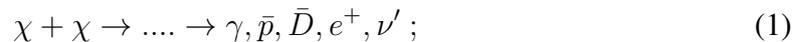
Calcul du flux de protons

1 Théorie et contexte scientifique

1.1 Rayonnement cosmique galactique

Les antiprotons \bar{p} constituent une sonde pour la matière noire et les neutralinos. Comme l'indique la figure 1, les antiprotons sont produits par deux processus, on distingue :

- les antiprotons primaires : annihilation de particules de matière noire (les neutralinos χ) dans le halo galactique suivant la réaction



- les antiprotons secondaires : spallations de rayons cosmiques du milieu interstellaire suivant la réaction

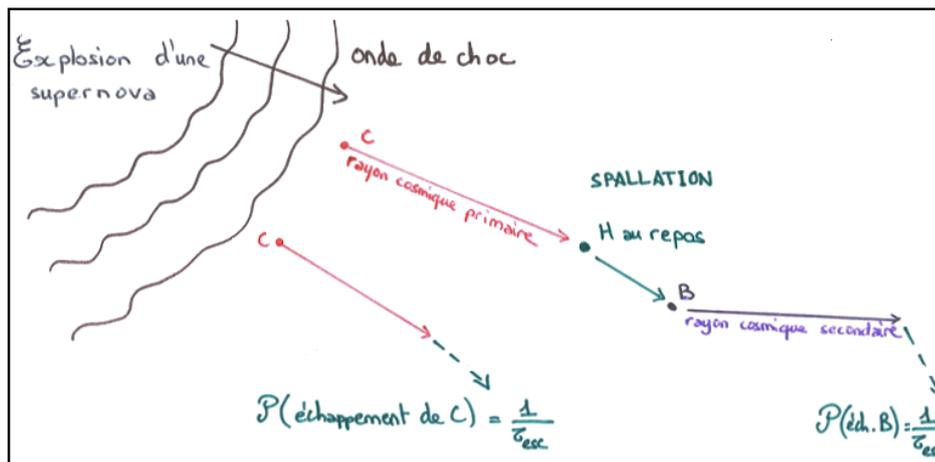
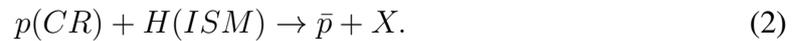


FIGURE 1 – On pense que les rayons cosmiques sont produits par l'explosion de supernovæ. Ce phénomène très violent produit une onde de choc qui va accélérer les atomes de carbone du milieu interstellaire. Ceux-ci s'échappent du halo avec une probabilité $\frac{1}{\tau_{esc}}$ ou entrent en collision avec des atomes d'hydrogène au repos.

C'est une réaction de spallation : $C(E) + H(repos) \rightarrow B(E)$. Le rapport B/C est un traceur des rayons cosmiques puisque le bore est détruit au sein des étoiles, et donc, le bore observé est celui produit par spallation, qui produit les rayons cosmiques secondaires.

1.2 Modélisation du halo magnétique

Les notations utilisées sont détaillées dans le tableau 2. Donato et al. (2001)

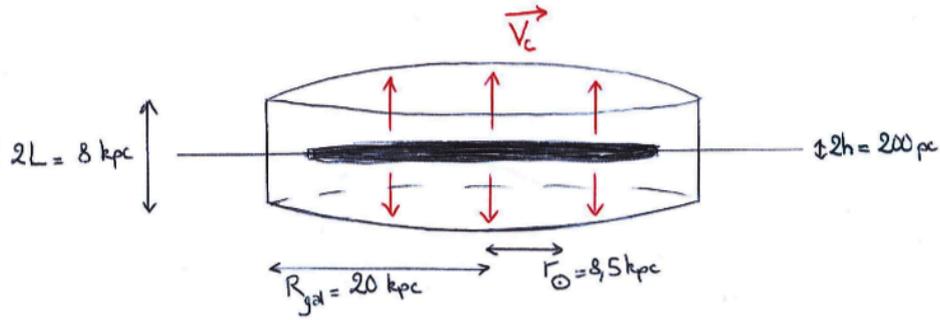


FIGURE 2 – On représente le halo magnétique comme un cylindre de rayon $R_{gal} = 20 \text{ kpc}$ et de hauteur $2L = 8 \text{ kpc}$. Les réactions se produisent dans le disque mince d'épaisseur $2h = 200 \text{ pc}$. La Terre se situe dans ce disque à $r_{\odot} = 8,5 \text{ kpc}$ du centre galactique.

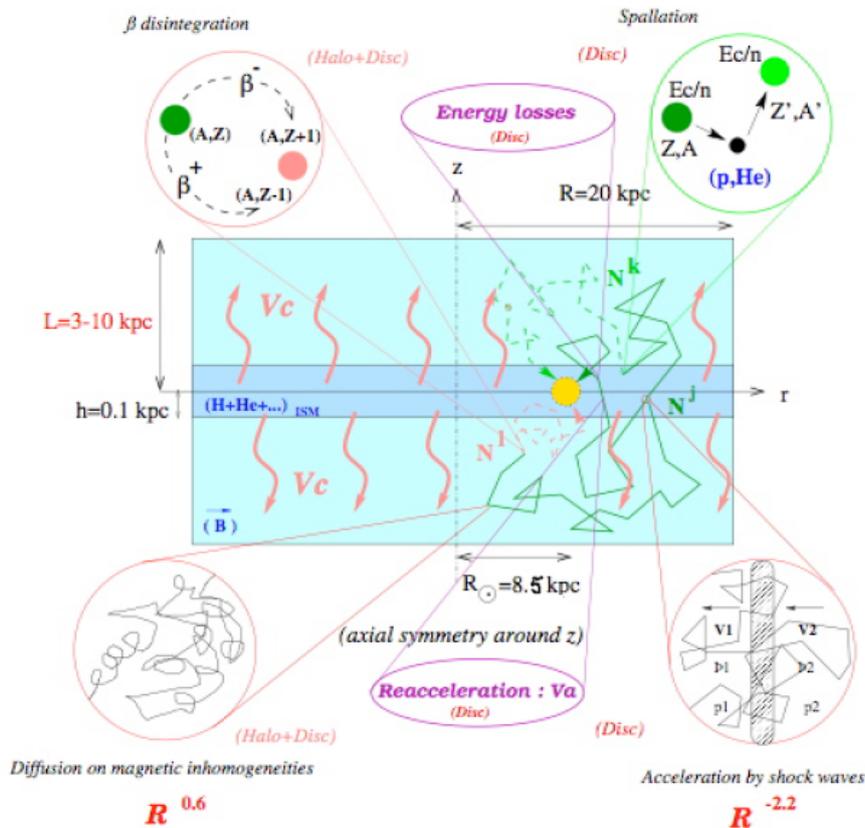


FIGURE 3 – Le disque stellaire est pris en sandwich entre deux couches épaisses contenant des champs magnétiques turbulents. Après avoir été accélérés par les ondes de chocs engendrées par les supernovæou produits par annihilation de matière noire, les rayons cosmiques diffusent et sont soufflés par le vent convectif V_c . [Donato et al. (2001)].

1.3 Messagers de l'annihilation de la matière noire

Si des particules de matière noire existaient dans la halo de la Voie lactée, leur annihilation mutuelle laisserait des signatures indirectes. Elles sont détectables sur Terre sous la forme de distorsions spectrales apparaissant dans plusieurs radiations. Quelque soit le mécanisme de production, les rayons cosmiques vont ensuite se propager

TABLE 1 – Paramètres

notation	paramètre	valeur	unité
L	demi-épaisseur du halo	4000	pc
h	demi-épaisseur du disque mince	100	pc
r_{\odot}	distance galactocentrique	8,5	kpc
R_{gal}	rayon du disque galactique	20	kpc
m_p	masse du proton	0,9382720013	GeV
η_H	densité d'hydrogène dans le disque	0,9	cm^{-3}
η_{He}	densité d'hélium dans le disque	0,1	cm^{-3}
T_p	énergie cinétique du proton		GeV
E_p	énergie du proton	$T_p + m_p$	GeV
p	impulsion	$\sqrt{E_p^2 - m_p^2}$	GeV
β		p/E_p	sans dimension
R	rigidité	p/Z	GeV
K_0	coefficient de normalisation		$kpc^2 \cdot Myr^{-1}$
K	coefficient de diffusion spatiale	$K_0 \beta R^\delta$	$cm^2 \cdot s^{-1}$
δ	indice spectral déduit du rapport B/C	$0,46 < \delta < 0,85$	sans dimension
v_p	vitesse du proton	$c p/E_p$	$cm \cdot s^{-1}$
V_c	vent convectif	120 000	$cm \cdot s^{-1}$
V_a	vitesse de Alfvén	20 à 100	$km \cdot s^{-1}$
Γ_{col}	spallations	$(\eta_H \sigma_H + \eta_{He} \sigma_{He}) v_p$	s^{-1}

dans le champ magnétique et être déviés par ses irrégularités : les ondes de Alfvén. Lorsque la turbulence magnétique est forte, le transport des rayons cosmiques doit être résolu numériquement. Les simulations de Monte carlo indiquent que ce phénomène est équivalent à de la diffusion spatiale avec un coefficient

$$K(E) = K_0 \beta R^\delta \quad (3)$$

qui augmente en loi de puissance avec la rigidité $R = p/q$ de la particule. De plus, du fait du déplacement dans le Voie lactée à une vitesse $V_a \simeq 20$ à $100 km \cdot s^{-1}$, un mécanisme de second ordre est responsable d'une réaccélération diffusive de coefficient

$$K_{EE} = \frac{2}{9} V_a^2 \frac{E^2 \beta^4}{K(E)}. \quad (4)$$

La propagation des rayons cosmiques d'antiprotons est dominée par la diffusion. Les pertes d'énergie et la réaccélération diffusive ne jouent pas un rôle majeur. Une approximation très simpliste pour la fonction de Green des antiprotons est de négliger la convection. On obtient alors une équation de Poisson 2.2 dans un espace infini dont la résolution fournit le propagateur des antiprotons 2.2. La question des antiprotons est traitée en deuxième partie.

1.4 Hypothèse de l'état stationnaire

On fait l'hypothèse que l'accélération et la propagation des particules chargées ont atteint un état stationnaire. Le temps de diffusion d'un proton ayant une énergie de 10 GeV est de l'ordre de 7 millions d'années, alors que le taux d'explosions de supernovæ - qu'on pense

être la source des rayons cosmiques - est de 1 à 3 par siècle.

Si l'on considère le temps de diffusion dans le halo magnétique, un proton de 10 GeV mettra cette fois 290 millions d'années à s'en échapper, il y aura donc eu environ 3 à 9 millions d'explosions de supernovæ, ce qui nous autorise donc à considérer les sources comme une distribution continue le long du disque galactique, qui accélère constamment les particules chargées.

1.5 Temps caractéristiques

On distingue quatre temps caractéristiques.

Le temps de spallation

$$\tau_{sp} = \frac{hL}{K(E)} = \frac{hL}{K_0 E^\delta} \quad (5)$$

est le temps que passent les rayons cosmiques dans le halo magnétique.

Le temps de diffusion

$$\tau_{diff} = \frac{L^2}{K(E)} = \frac{L^2}{K_0 E^\delta} \quad (6)$$

est le temps que mettent les rayons cosmiques à être diffusés à travers le halo magnétique.

Le temps convectif

$$\tau_{conv} = \frac{h}{V_c} \quad (7)$$

est le temps que mettent les rayons cosmiques à être transportés par convection à travers le disque mince.

Le temps de diffusion en énergie

$$\tau_{EE} = \frac{9T^2}{2V_a^2 E^2 \beta^4} K(E) = \frac{9T^2}{2V_a^2 E^2 \beta^4} K_0 E^\delta \quad (8)$$

Pour créer des antiprotons \bar{p} il faut des protons p à très haute énergie (de l'ordre de). Dans ces conditions, la quantité $\frac{1}{\tau_{EE}} \simeq E^\delta$ est très grande, avec un temps de diffusion en énergie très court. Au contraire, avec un temps de spallation très long, la quantité $\frac{1}{\tau_{sp}}$ est très faible, tout comme le vent convectif. Ainsi, on ne tient compte que de la diffusion.

Le terme source Q est composé de Q_+ : création de rayons cosmiques et Q_- : protons qui perdent de l'énergie par collision et quittent la bande d'énergie considérée.

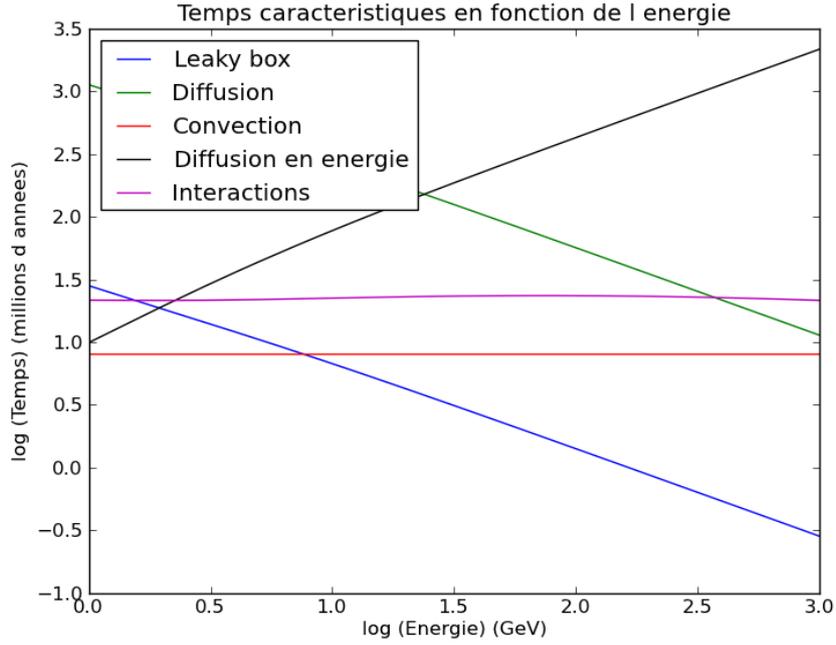


FIGURE 4 – à vérifier. Les cinq temps caractéristiques précédemment explicités sont représentés ici, en échelle logarithmique, en fonction de l'énergie. À basse énergie (entre 1 et 10 GeV), la diffusion est négligeable. À haute énergie (entre 10 et 1000 GeV), ce sont les fuites (modèle de la Leaky Box) qui dominant.

2 Calcul du flux de protons

2.1 Calcul du flux avec les fonctions de Bessel J_0

La méthode de Bessel utilise la symétrie axiale du halo diffusif et traduit la disparition du flux de rayons cosmiques à une distance $R_{gal} = 20 \text{ kpc}$ de l'axe de rotation de la galaxie. Cette condition est mise en œuvre par le développement en série de Bessel

Expression complète de ψ

$$\psi(r, z, E) = \sum_{i=1}^{\infty} P_i(z, E) J_0\left(\alpha_i \frac{r_{\odot}}{R}\right) \quad (9)$$

où la fonction de Bessel J_0 qui s'annule aux points α_i . $P_i(z, E)$ rend compte de la dépendance radiale du flux.

Dans cette équation, le coefficient $P_i(z, E)$ s'exprime selon l'équation 15 en fonction de $P_i(0, E) = Q_P^{tot}(E) \frac{q_i}{A_i}$ qui fait intervenir la production totale.

Calcul du flux reçu au niveau du Système solaire

Afin de calculer la production totale, on mesure le flux solaire. Il s'agit du flux reçu au niveau du Système solaire de l'extérieur et normalisé par les mesures effectuées en orbite autour de

la Terre. Il s'exprime en $p.cm^{-3}GeV^{-1}$ (voir unités) par

$$\phi_P(\odot, E) = \frac{1}{4\pi} v_P \psi_P(r = r_\odot, z_\odot = 0, E). \quad (10)$$

Le terme $\frac{1}{4\pi}$ rend compte de l'isotropie de ce flux tandis que le terme $v_P \psi_P = v_P \frac{dn_p}{dE_p}$ permet de considérer le flux reçu dans une direction donnée (schéma ?).

En reprenant l'équation 9, on a donc d'une part

$$\psi_P = Q_P^{tot}(E) \sum J_0(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}) \frac{q_i}{A_i}, \quad (11)$$

et de l'autre, d'après 10,

$$\psi_P = \frac{4\pi}{V_P} \phi_P(\odot, E), \quad (12)$$

d'où

$$Q_P^{tot}(E) = \frac{\frac{4\pi}{V_P} \phi_P(\odot, E)}{\sum J_0(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}) \frac{q_i}{A_i}}. \quad (13)$$

Expression détaillée de ψ

L'expression utilisée dans le code C est

$$\psi(r, z, E) = \sum_{i=1}^n J_0(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}) \frac{q_i}{A_i} \frac{\frac{4\pi}{V_P} \phi_P(\odot, E)}{\sum_{i=1}^n J_0(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}) \frac{q_i}{A_i}} e^{\frac{V_C}{2K}|z|} \frac{sh(\frac{S_i}{2}(L - |z|))}{ch(\frac{S_i}{2}L)} \quad (14)$$

avec

$$P_i(z, E) = P_i(0, E) e^{\frac{V_C}{2K}|z|} \frac{sh(\frac{S_i}{2}(L - |z|))}{ch(\frac{S_i}{2}L)}, \quad (15)$$

$$P_i(0, E) = Q_P^{tot}(E) \frac{q_i}{A_i}, \quad (16)$$

$$Q_P^{tot}(E) = \frac{\frac{4\pi}{V_P} \phi_P(\odot, E)}{\sum_{i=1}^n J_0(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}) \frac{q_i}{A_i}}. \quad (17)$$

et

$$q_i = \frac{1}{\pi R^2 J_1(\alpha_i)^2} \frac{\int_0^1 J_0(\alpha_i u) u f_{SNR}(Ru) du}{\int_0^1 u f_{SNR}(Ru) du}, \quad (18)$$

$$A_i = V_C + 2h \underbrace{(n_H \sigma_H + n_{He} \sigma_{He})}_{\simeq \Gamma_{col}} V_P + K S_i \coth\left(\frac{S_i}{2}L\right), \quad (19)$$

$$K = K_0 \beta R^\delta = K_0 \overbrace{\left(\frac{p}{E_p}\right)}^\beta \underbrace{\left(\frac{p}{|ze|}\right)}_R^\delta, \quad (20)$$

$$S_i = \sqrt{\left(\frac{V_C}{K}\right)^2 + \left(\frac{2\alpha_i}{R}\right)^2}. \quad (21)$$

2.2 Calcul du flux avec le propagateur de Green des protons

Une façon totalement différente d'appréhender la propagation des rayons cosmiques à travers le halo diffusif repose sur l'existence d'une fonction de Green G_p , qui traduit la probabilité qu'un proton injecté à une position x_s et un temps t_s se propage jusqu'à une position x et un temps t , où il sera observé.

Dans le plan infini et invariant par rotation le terme source est donc une distribution très piquée en z_s, t_s qui va ensuite se propager, un peu comme une tache d'encre déposée sur un buvard. Mathématiquement, cela se traduit pour $t \rightarrow t_s^+$ par une fonction de Dirac

$$\nu = \delta(z - z_s).$$

L'évolution est dès lors régie par l'équation de Poisson dans un espace infini

$$\frac{\partial \nu_p}{\partial t} + \partial_z (V_c \nu_p) - K \partial_z^2 \nu_p + 2h\delta(z)\Gamma_{col} \nu_p = 0. \quad (22)$$

où ν_p est la fonction de Green verticale.

Les pertes d'énergie et la réaccélération diffusive sont confinées dans le disque galactique, considéré infiniment fin, d'où le terme $2h\delta(z)$.

Tous calculs faits, j'obtiens la solution analytique

$$\psi = Q_{tot} \int_0^R r_s dr_s \times 2 \int_0^\pi d\theta_s \frac{f_{SN}(r_s)}{\int_0^R 2\pi u du f_{SN}(u)} \times \frac{1}{2\pi K} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_n(0)^2}{N_n} K_0(\rho_s \sqrt{E_n}). \quad (23)$$

où

$$E_n = \frac{\alpha_n}{K} \text{ s'exprime en } cm^{-2},$$

$$Q_{tot} \text{ s'exprime en } \textit{protons} \cdot GeV^{-1} \cdot s^{-1}.$$

Le code correspondant (fonction `psi_propag`) est fourni en annexe. Il fait intervenir trois boucles imbriquées sur θ , r et sur la somme.

Il fait appel la fonction de Bessel modifiée $K_0(x)$, qui diverge quand x tend vers 0. Pour contourner cette difficulté, on « creuse un trou » autour de la Terre, de rayon de 10 pc , comme représenté sur la figure 5.

3 Comparaison des deux méthodes de calcul

Le temps a été intégré dans le formalisme du propagateur pour obtenir la série de fonctions de Bessel K_0 . Nous traitons donc les sources comme si elles émettaient continuellement des rayons cosmiques. Dans le formalisme de Bessel avec les J_0 , il en va de même et l'idée est de comparer le calcul obtenu par la méthode du propagateur avec le calcul par la méthode de Bessel. En principe, on doit obtenir la même chose sauf dans certaines configurations de propagation.

Deux schémas de calcul

Schéma à une unique zone

Cette première méthode est illustrée sur la figure 5. On considère une source ponctuelle située à une distance ρ_s de la Terre et à une distance r_s du centre galactique. La Terre est elle-même située à $8,5 \text{ kpc}$ du centre galactique.

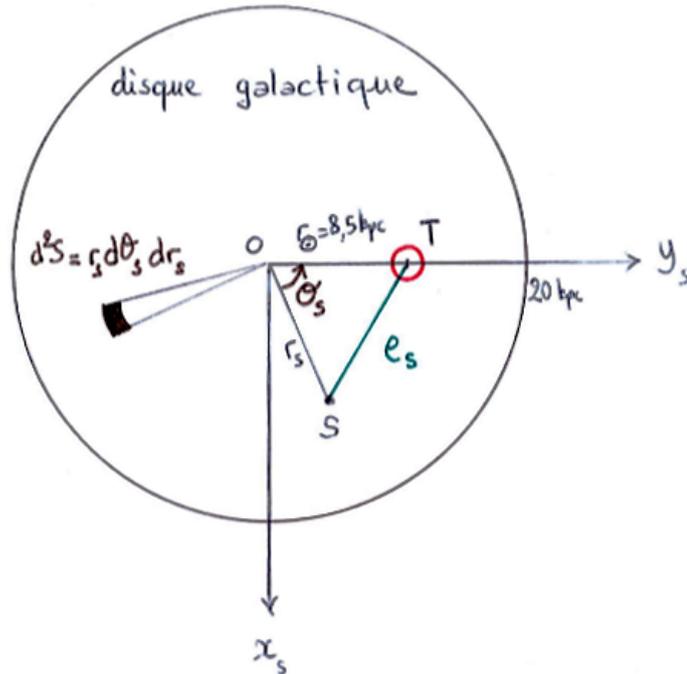


FIGURE 5 – Disque galactique vu du dessus. $\rho_s = \sqrt{r_\odot^2 + r_s^2 - 2r_\odot r_s \cos\theta_s}$. Le cercle rouge représente le « trou » introduit pour éviter la divergence de K_0 .

Schéma à trois zones

On peut également envisager de découper ce disque en trois zones radiales comme indiqué sur la figure 6. Les trois cercles sont concentriques de rayons 8, 9 et 20 kpc .

J'ai donc codé la série des fonctions radiales J_0 afin de voir si la densité de rayons cosmiques est bien la même. J'ai comparé les résultats obtenus avec différents jeux de paramètres (nombres de pas dans les boucles portant sur θ et sur r), de manière à minimiser l'écart entre les résultats fournis par chacune des deux méthodes.

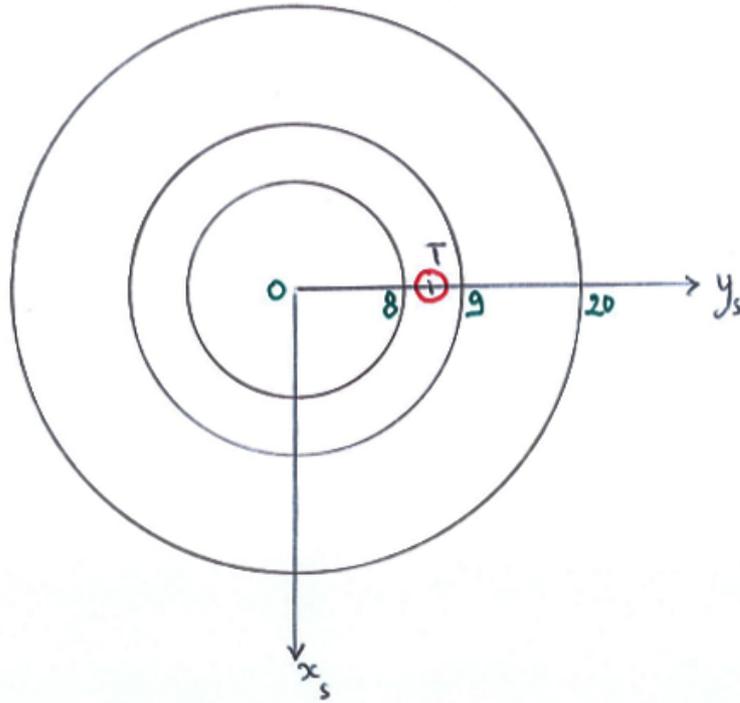


FIGURE 6 – Découpage en 3 zones encadrant la Terre. L'axe est gradué en kpc .

Les résultats sont présentés en annexe dans le tableau ???. On remarque que la correspondance est meilleure à haute énergie, quelle que soit le jeu de paramètres. De plus, le meilleur jeu de paramètres pour la méthode « 1 zone » semble être 1000 points pour la boucle sur θ et 2000 points pour la boucle radiale.

J'ai ensuite voulu prendre en compte la contribution du « trou » en exprimant analytiquement le terme $K_0(x)$ quand x tend vers 0, et en ajoutant le terme obtenu au flux calculé avec le propagateur. En théorie, la petite différence entre les deux méthodes devrait être comblée par cette petite contribution.

Cependant, l'implémentation en C provoque une divergence quand n augmente. En effet, dans ce cas, K_0 porte sur des termes de plus en plus grands et on le développement en 0 n'est plus valable. Il faudrait déterminer une valeur maximale pour n , mais je n'ai pas été plus loin de ce côté, préférant donner la priorité au calcul du flux d'antiprotons, qui fait l'objet de la partie suivante.

Deuxième partie

Calcul du flux d'antiprotons

4 Antip

4.1 bla

Les protons sont créés par la collision de deux protons selon l'équation

$$p + p \rightarrow \bar{p} + X, \quad (24)$$

détaillée sur la figure 7. Ce schéma comporte également un diagramme de Feynman qui représente les interactions au niveau des particules composant le proton ; les quarks de saveur u et d. Un quark down (d) a une charge électrique de $-1/3$ tandis que pour un quark up (u) elle vaut $2/3$.

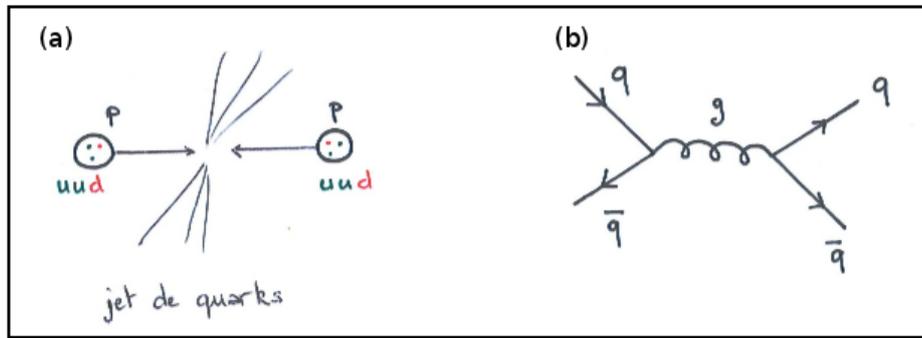


FIGURE 7 – (a) Chaque proton est constitué de deux quarks up et un quark down de sorte que la charge totale soit de $1 = 2/3 + 2/3 - 1/3$.

(b) Dans ce diagramme de Feynman, un quark et son anti-particule s'annihilent en produisant un gluon qui devient une paire quark-antiquark. L'antiquark \bar{q} existe à l'état latent dans le proton. (Le temps va de gauche à droite).

Un proton entre donc en collision avec un atome d'hydrogène du milieu interstellaire, au repos.

Soit N la probabilité d'interaction pour un atome d'hydrogène, pendant 1 seconde ; c'est-à-dire le nombre de collisions subies par un atome d'hydrogène et qui conduisent à un antiproton d'énergie comprise entre T_p et $T_p + dT_p$.

$$N = dn_p d\sigma v_p = dT_p \frac{dn_p}{dT_p} d\sigma v_p = dT_p \psi_p d\sigma v_p. \quad (25)$$

Le terme source $dq_{\bar{p}}$ s'obtient en multipliant cette quantité N par la densité d'atome d'hydrogène n_H :

$$dq_{\bar{p}} = n_H N = n_H dT_p \psi_p d\sigma v_p, \quad (26)$$

que l'on divise par $dT_{\bar{p}}$ pour obtenir une expression homogène à des $cm^{-3}s^{-1}GeV^{-1}$.

Il reste à intégrer sur l'énergie T_p :

$$q_{\bar{p}}(T_{\bar{p}}) = \int_{T_{pmin}}^{\infty} dT_p n_H \frac{d\sigma}{dT_{\bar{p}}} \psi_p d\sigma v_p = n_H \int_{T_{pmin}}^{\infty} dT_p \frac{d\sigma}{dT_{\bar{p}}} 4\pi \phi_p. \quad (27)$$

4.2 Équation de propagation des antiprotons

Les calculs sont similaires aux calculs relatifs aux protons. La densité d'antiprotons est donnée par

$$\psi_{\bar{p}}(r, z, E) = \sum_{i=1}^{\infty} \underbrace{\bar{P}_i(0, E) e^{\frac{V_c}{2K}|z|} \frac{\text{sh}(\frac{S_i}{2}(L - |z|)}{\text{ch}(\frac{S_i}{2}L)}}_{\bar{P}_i(z, E)} J_0(\alpha_i \frac{r_{\odot}}{R}) \quad (28)$$

avec

$$\bar{P}_i = \frac{2hQ_i^{sec}}{A_i}$$

$$\bar{A}_i = V_c + 2h \Gamma_{\bar{p}} + K S_i \coth \frac{S_i L}{2}$$

Annexes

A Annexes

Le flux expérimental (celui reçu au niveau de la Terre) vaut $2,6522 \times 10^{-3} \text{ s.cm}^{-3}$, ce que prédit la théorie.

La production totale est de $3,4529 \times 10^{40} \text{ s.cm}^{-3}$.

TABLE 2 – Comparaison entre cas général appliqué ($V_c = 0$) ou non au cas de la diffusion pure et approximation de la diffusion pure.

z	$\frac{\phi_{th}}{\phi_{th}(z=0)}$ cas général	$\frac{\phi_{th}}{\phi_{th}(z=0)}$ avec $V_c = 0$	$1 - \frac{z}{L}$
0,0	1,0000	1,0000	1,0000
0,4	0,9320	0,8982	0,9000
0,8	0,8580	0,7967	0,8000
1,2	0,7779	0,6955	0,7000
1,6	0,6911	0,5948	0,6000
2,0	0,5974	0,4946	0,5000
2,4	0,4961	0,3950	0,4000
2,8	0,3865	0,2958	0,3000
3,2	0,2679	0,1970	0,2000
3,6	0,1394	0,0984	0,1000
4,0	0	0	0,0000

```

1 /* ←
   *
   *
   */
2 double propagateur(long n_theta, long n_xs, double T_proton)
3 {
4     double E_proton, impulsions_proton, v_proton, K_proton, K_conv;
5     long i_int, j_theta, j_xs, n;
6     double du, u, Int_PSRD;
7     double theta_inf, theta_sup, theta, d_theta, sum;
8     double xs_inf, xs_sup, xs, d_xs, sum_xs, rs;
9     double rho_s, sum_n;
10    double weight_SIMPSON;
11    double production_E_proton;
12    double SEC_PER_MGYR;
13
14    // Calcul du coefficient de diffusion.
15    E_proton = T_proton + MASSE_PROTON; ←
16    /* [GeV] */
17    impulsions_proton = sqrt(pow(E_proton,2) - pow(MASSE_PROTON,2)); ←
18    /* [GeV] */
19    v_proton = CELERITY_LIGHT * impulsions_proton / E_proton; ←
20    /* [cm s^{-1}] */
21    K_proton = K_space_diffusion(E_proton, MASSE_PROTON, 1.0); ←
22    /* [cm^2 s^{-1}] */
23    K_conv = K_proton * pow(CM_PAR_KPC, -2.) * SEC_PAR_MGYR; ←
24    /* [kpc^2 Mgyear^{-1}] */
25    production_E_proton = Q_proton_tot(E_proton);

```

```

22 //Calcul de l'integrale radiale Int_PSRD.
23 Int_PSRD = 0.0;
24 du      = 1. / (double) NINT_PRODUCTION;
25 u       = 0.0;
26
27 for (i_int=0;i_int<=NINT_PRODUCTION;i_int++)
28 {
29     if (i_int==0 || i_int==NINT_PRODUCTION) {weight_SIMPSON = 1./3.;}
30     else {weight_SIMPSON = (1. + (double)(i_int % 2)) * 2. / 3.;}
31
32     Int_PSRD += weight_SIMPSON * u * du * f_PSRD(u);
33     u      += du;
34 }
35 Int_PSRD *= 2.0 * PI * (R_GAL*R_GAL); //[kpc^{2}]
36
37 //Calcul de l'integrale sur la surface du disque galactique.
38 //Boucle angulaire.
39 theta_inf = 0.0;
40 theta_sup = PI;
41 d_theta   = (theta_sup - theta_inf) / ((double)n_theta);
42 theta     = theta_inf;
43 sum       = 0.0;
44
45 for (j_theta=0;j_theta<=n_theta;j_theta++)
46 {
47     xs_inf = 0.0;
48     xs_sup = 1.0;
49     d_xs   = (xs_sup - xs_inf) / ((double)n_xs);
50     xs     = xs_inf;
51     sum_xs = 0.0;
52
53 //Boucle radiale.
54 for (j_xs=0;j_xs<=n_xs;j_xs++)
55 {
56     rs     = xs * R_GAL;
57     rho_s  = sqrt(pow(R_EARTH,2.) + pow(rs,2.) - (2.*R_EARTH*rs*cos(theta)));
58     if(rho_s<=0.01){continue;} //pour viter la divergence de K0 ←
    proche de la Terre
59     sum_n  = 0.0;
60
61 //Boucle sur la somme.
62 for (n=1;n<=NDIM_G;n++)
63 {
64     sum_n += pow((phi_n_even(0.0,n)),(2.0)) * bessell0(rho_s*sqrt(←
    En_even[n])) / Cn_even[n]; //[kpc^{-1}]
65 }
66 sum_n /= 2. * PI * K_proton;//[s.cm^{-2}.kpc^{-1}]
67
68 if (j_xs==0 || j_xs==n_xs) {weight_SIMPSON = 1./3.;}
69 else {weight_SIMPSON = (1. + (double)(j_xs % 2)) * 2. / 3.;}
70
71 sum_xs += weight_SIMPSON * xs * d_xs * f_PSRD(xs) * sum_n;//[s.cm←
    ^{-2}.kpc^{-1}]
72 xs     += d_xs;
73 }
74
75 if (j_theta==0 || j_theta==n_theta) {weight_SIMPSON = 1./3.;}

```

```

76     else {weight_SIMPSON = (1. + (double)(j_theta % 2)) * 2. / 3.;}
77
78     sum += weight_SIMPSON * d_theta * sum_xs; // [s.cm^{-2}.kpc^{-1}]
79     theta += d_theta;
80 }
81 sum *= 2.0 * R_GAL*R_GAL; // [s.cm^{-2}.kpc]
82 sum /= Int_PSRD; // [s.cm^{-2}.kpc^{-1}]
83
84 sum /= CM_PAR_KPC; // [s.cm^{-3}]
85 sum *= production_E_proton;
86 return sum;
87 }
88
89 /* ←
      ***** ←
      */

```

TABLE 3 – Code relatif à la méthode à une unique zone.
 Pour le calcul d'intégrales, j'ai utilisé la méthode de Simpson.

Références

Donato, F., D. Maurin, P. Salati, A. Barrau, G. Boudoul, and R. Taillet (2001, December).
 Antiprotons from Spallations of Cosmic Rays on Interstellar Matter. *563*, 172–184.