

INTERFÉROMÉTRIE DES TAVELURES

Manuela Rimbault

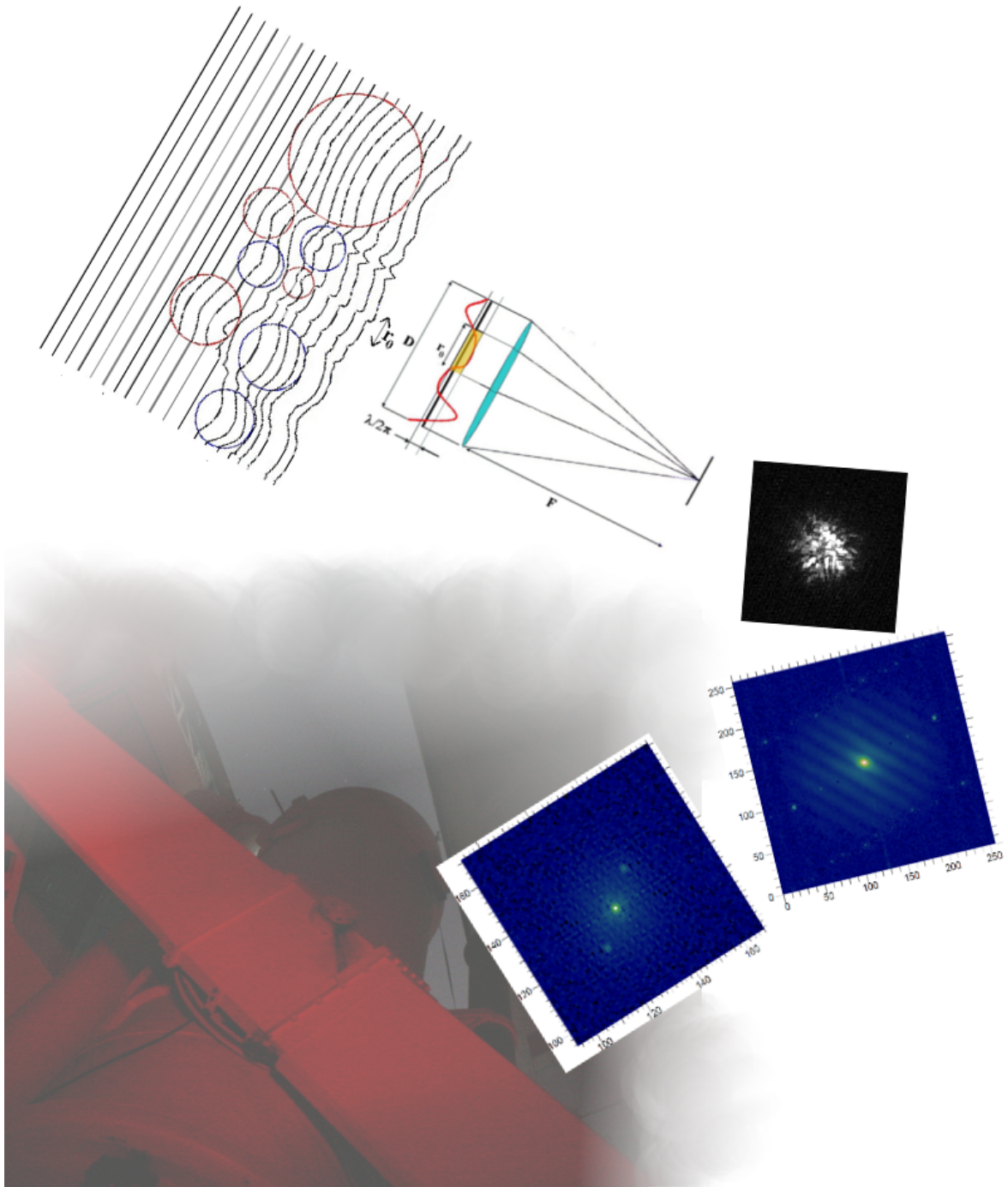


Table des matières

1	Contexte	3
2	Principe	3
3	Caractéristiques du système d'acquisition	7
4	Analyse des données	8
4.1	Mesure du rapport des intensités	8
4.2	Mesure de la séparation angulaire	8
5	Champ d'application de l'interférométrie des tavelures	9
A	Annexes	10
A.1	Références utiles	10
A.2	Auto-corrélation	10
A.3	Pré-traitement	10

1 Contexte

La turbulence atmosphérique dégrade le pouvoir de résolution théorique du télescope et rend donc des étoiles doubles non résolues. L'interférométrie des tavelures permet de retrouver une partie de ce pouvoir de résolution et ainsi de résoudre les composantes binaires. La figure (1) présente une pose unitaire de 10 ms. Le temps de pose doit être très court afin de figer la turbulence.

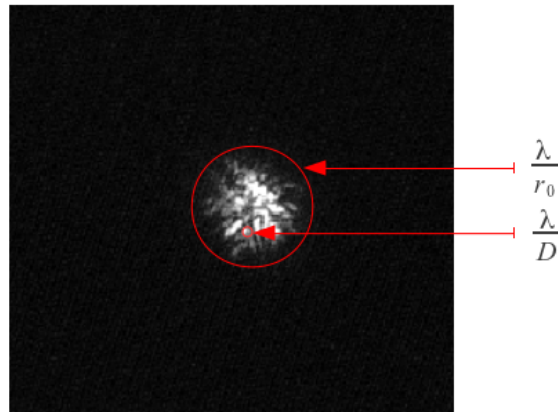


FIGURE 1 – La turbulence atmosphérique dégrade le pouvoir de résolution théorique. En figeant la turbulence grâce à un temps de pose de quelques millisecondes, on fait apparaître les tavelures, qui sont autant de répétitions de l'image de l'étoile. La tache totale a un diamètre défini par le paramètre de Fried alors que chaque tavelure a le diamètre de la tache d'Airy.

2 Principe

Fonction de transfert optique

Une notion centrale en tavelographie est une fonction de l'espace de Fourier, la fonction de transfert optique (FTO). La figure (2) explicite les explications qui suivent. On y représente une valeur de transmission, comprise entre 0 et 1 en fonction des fréquences spatiales. Intéressons-nous dans un premier temps au cas parfait, représenté par une courbe noire. Il s'agit du cas sans turbulence (sans atmosphère). La FTO traduit le fait que les hautes fréquences spatiales, c'est-à-dire les détails fins, sont moins bien transmises par le système optique, que les basses fréquences spatiales.

Elle vaut 1 à fréquence nulle, puis décroît jusqu'à s'annuler pour une fréquence de $\frac{D}{\lambda}$, appelée fréquence de coupure. Les fréquences supérieures sont irrémédiablement perdues. Pour obtenir plus de hautes fréquences spatiales, on peut donc augmenter la taille du miroir ou bien observer dans des longueurs d'ondes plus courtes.

Intéressons nous maintenant au cas réel (courbe verte); l'atmosphère déforme le front d'onde incident. Ceci se traduit sur la FTO par une perte beaucoup plus prononcée des fréquences spatiales. En pose longue (> 100 ms), mettre schéma. Les hautes fréquences sont moyennées à zéro par intégration temporelle. La résolution du télescope tombe alors à $\frac{\lambda}{r_0}$. Tout l'art de la tavelographie réside dans le fait qu'en faisant des poses courtes¹, on par-

1. de durée inférieure au temps de corrélation $\tau_0 = 0,314 \frac{r_0}{v}$ où v est la vitesse transverse du vent.

vient à figer la turbulence, on conserve donc les fréquences plus grandes que $\frac{r_0}{\lambda}$. Ensuite, en sommant toutes les images, on parvient à intensifier ce signal, qui devient exploitable.

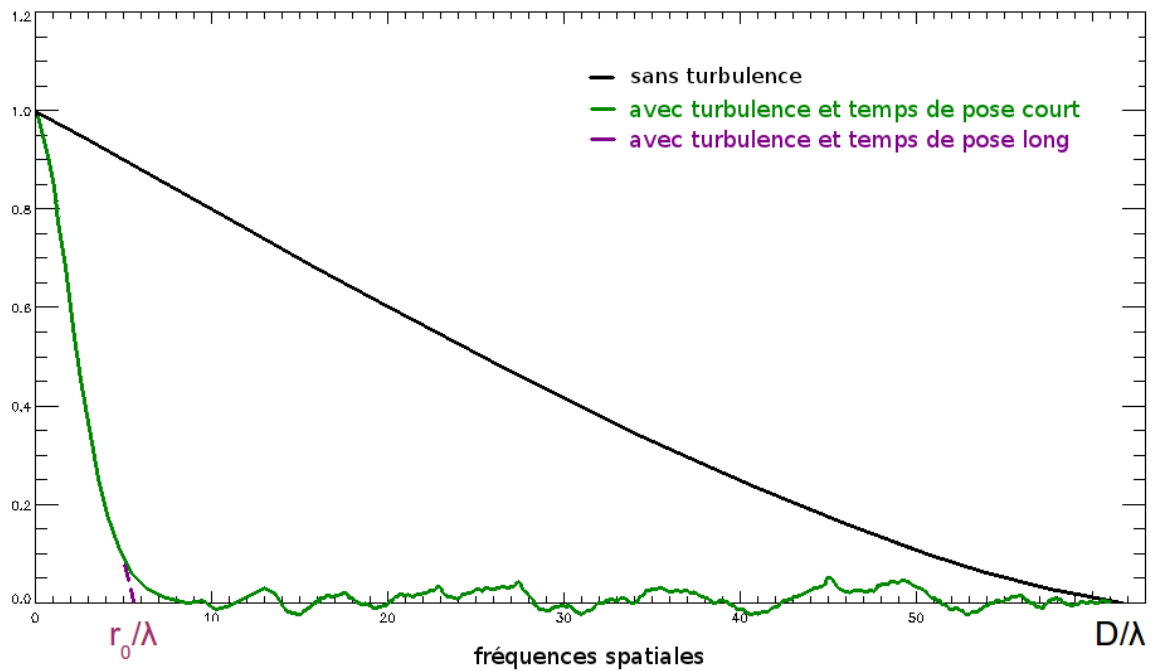


FIGURE 2 – Fonction de transfert optique.

La figure (3) présente l'impact de la FTO sur le signal incident. Comme nous le verrons sur le schéma (4), le spectre est multiplié par cette FTO, qui apparaît donc comme un filtre passe-bas. Le spectre résultant, celui que le capteur CCD enregistre est donc atténué et limité à la fréquence de coupure (dans le cas d'une pose courte) et à la fréquence $\frac{\lambda}{r_0}$ dans le cas d'une pose longue.

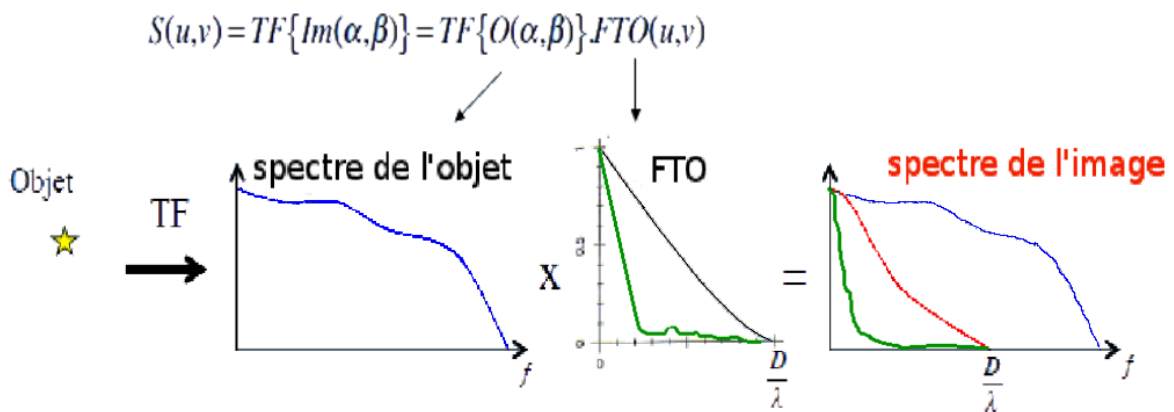


FIGURE 3 – La FTO agit comme un filtre passe-bas sur le spectre.

La figure (4) schématise les aller-retours incessants et nécessaires entre espace de Fourier et espace réel. Détaillons le chemin parcouru par une image qui arrive du ciel, pour une

2. Le paramètre de Fried r_0 correspond au diamètre sur lequel les variations de la phase sont inférieures à $\lambda/2\pi$. Ce diamètre est très chromatique : $r_0 \propto \lambda^{6/5}$. Le seeing en revanche est peu chromatique : $s = \frac{\lambda}{r_0} \propto \lambda^{-1/5}$.

source ponctuelle (une étoile simple). Le signal lumineux comporte une amplitude A et une phase ϕ , qui arrive donc sous la forme d'une amplitude complexe $Ae^{i\phi}$.

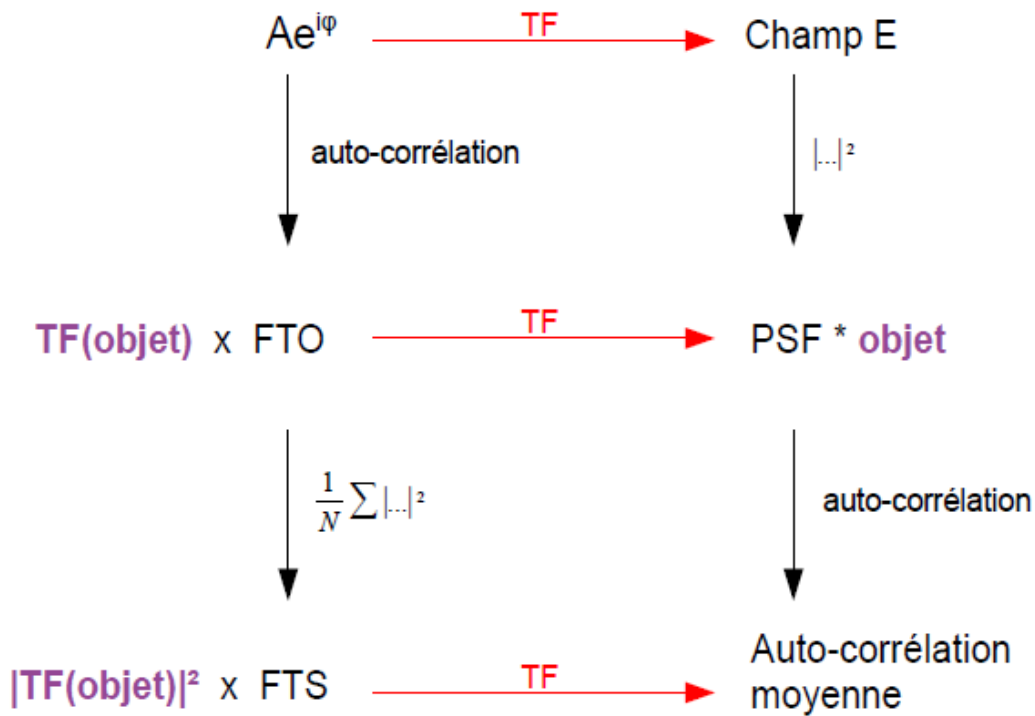


FIGURE 4 – Passage de l'espace de Fourier (à gauche) à l'espace réel (à droite).

L'ensemble du système optique a pour effet d'en prendre la transformée de Fourier, et on obtient un champ électrique. Cependant, les capteurs ne sont pas sensibles aux champs, mais seulement à des valeurs quadratiques (une puissance par exemple). On obtient alors la PSF (Point spread function ou Fonction d'étalement du point, qui dans le cas l'une pupille circulaire est une tache d'Airy). La physique du rayon lumineux s'arrête ici, la suite constitue un chemin mathématique équivalent, qui nous permet de retrouver l'image auto-corrélée (réelle), qui s'obtiendrait par auto-corrélation de la PSF. La FTO est la transformée de Fourier inverse³ de la PSF. Par sommation du module au carré de la FTO, on obtient la FTS (Fonction de transfert de speckles), qui est la pierre angulaire de la méthode. C'est à cette étape qu'on récupère les fréquences spatiales supérieures à $\frac{\lambda}{r_0}$. En effet, le module carré permet de n'avoir que des valeurs positives qui ne vont pas s'annuler lors de la sommation, qui permet de faire monter le signal. Enfin, en repassant dans l'espace réel par transformée de Fourier, on obtient l'image auto-corrélée, en ayant récupéré au passage une bonne partie des hautes fréquences. Dans le cas d'un système double, le schéma reste le même, à quelques convolution près. En effet, l'image réelle formée est la convolution de la PSF par le spectre de l'objet. Or la convolution a le bon goût de devenir une multiplication dans l'espace de Fourier : on obtient donc

$$TF(PSF * objet) = TF(PSF) \times TF(objet) = FTO \times TF(objet) \quad (1)$$

C'est à partir de $|TF(objet)|^2$ que l'on va pouvoir déterminer le rapport des intensités des deux composantes, et grâce à l'image auto-corrélée que l'on déduira leur séparation angulaire.

3. Ici, la transformée de Fourier et la transformée de Fourier inverse sont égales car on a affaire à des fonctions paires et réelles.

On voit donc qu'il va falloir diviser par la FTS, afin de ne conserver que la partie qui nous intéresse $|TF(\text{objet})|^2$, ce qu'on réalisera en prenant des images d'une étoile ponctuelle, qui sera notre référence.

La théorie présentée ci-dessus est suffisante à la compréhension de l'interférométrie des tavelures. Que le lecteur non familier aux transformées de Fourier ne s'inquiète pas, la compréhension de la théorie est un plus, mais les quelques simples notions présentées ici suffisent. Nous n'irons pas plus loin dans la théorie.

Retenons que lors des observations, il faudra acquérir des images courtes poses (de l'ordre de quelques ms, il faut figer la turbulence, mais avoir un signal sur bruit suffisant). Il faudra aussi acquérir un nombre d'images si possible identique d'une étoile simple voisine, et ce, le plus rapidement possible après avoir imagé le système double. Enfin, nul besoin ici de flat, darks ou offsets. Le pré-traitement consiste en un retrait du fond de ciel.

Après chaque série de poses (sur le système et sur l'étoile simple), il faudra dépointer légèrement le télescope afin de ne plus avoir dans le champ que du fond de ciel, et prendre exactement le même nombre de poses, et à même temps de pose, que sur l'objet. Ne pas hésiter à prendre un grand nombre d'images (au moins 2000).

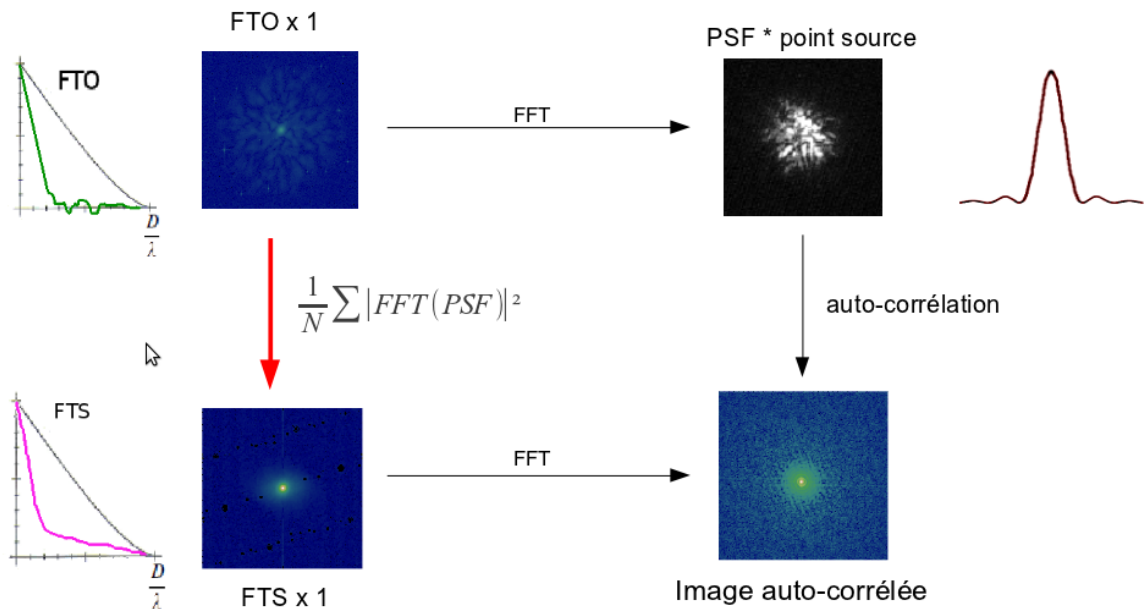


FIGURE 5 – Cas d'une étoile simple, qui va servir de référence. Le « 1 » est purement pédagogique. Il signifie que la TF d'un point source (d'un Dirac) vaut 1. Sont représentées la tache d'Airy, la FTO et la FTS qui montre le gain en signal par sommation à partir de la FTO.

Les figures (5) et (6) résument le cas d'une étoile simple et double, avec les images correspondantes.

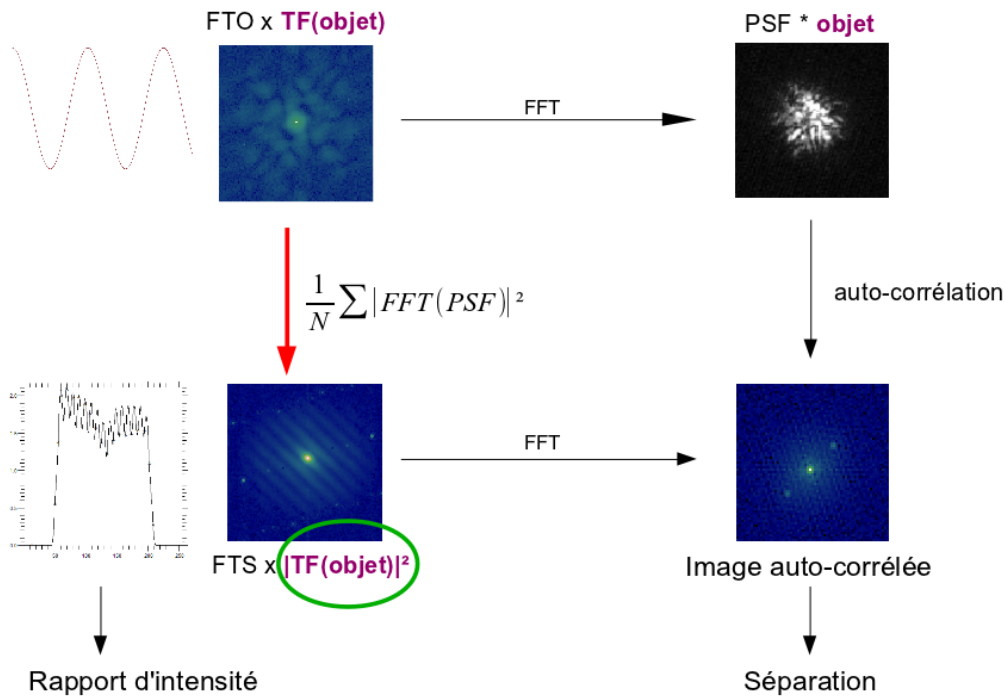


FIGURE 6 – Cas d’un système double. Des composantes sinusoïdales apparaissent, signature d’un objet double.

3 Caractéristiques du système d’acquisition

Le signal doit impérativement être échantillonné à la fréquence de Shannon. Plaçons-nous dans un cas théorique parfait. La qualité de l’image est donc limitée par la taille de la tache de diffraction. Pour quantifier cette qualité d’image, on définit le seeing, qui correspond à la largeur à mi-hauteur (fwhm) de la tache d’Airy, et qui vaut λ/D où λ est la longueur d’onde, et D le diamètre du télescope. Échantillonner à Shannon signifie qu’il faut que cette fwhm soit « vue » par 2 pixels sur le détecteur. Dans notre cas, sur le T62, avec le filtre rouge, la fwhm de la tache de diffraction vaut

$$t = \frac{\lambda}{D} f = \frac{0,6}{0,62} \times 9 = 8,7 \mu m. \quad (2)$$

Or, les pixels de l’Atik 11000 font $9 \mu m$. On va donc devoir « aggrandir » l’image d’un facteur $\frac{2 \times 9}{8,7} = 2,07$. Une barlow x2 fera l’affaire, amenant ainsi la focale résultante à 19 m et la taille de la tache de diffraction à $17,4 \mu m$.

Pour des raisons de rapidité de lecture du capteur, il sera judicieux de fenêtrer (un champ de 256×256 pixels est un bon compromis).

4 Analyse des données

4.1 Mesure du rapport des intensités

Soient deux étoiles d'intensité A et B , séparées d'un écart angulaire s . L'intensité incidente est

$$I = A \times \delta\left(x - \frac{s}{2}\right) + B \times \delta\left(x + \frac{s}{2}\right) \quad (3)$$

En prenant la transformée de Fourier de cette expression, puis son module carré, on obtient la FTS représentée sur la figure (7) et dont l'expression est

$$|TF(I)|^2 = \underbrace{A^2 + B^2}_{\text{moyenne}} + \underbrace{2AB}_{\text{amplitude}/2} \cos(2\pi\nu s) \quad (4)$$

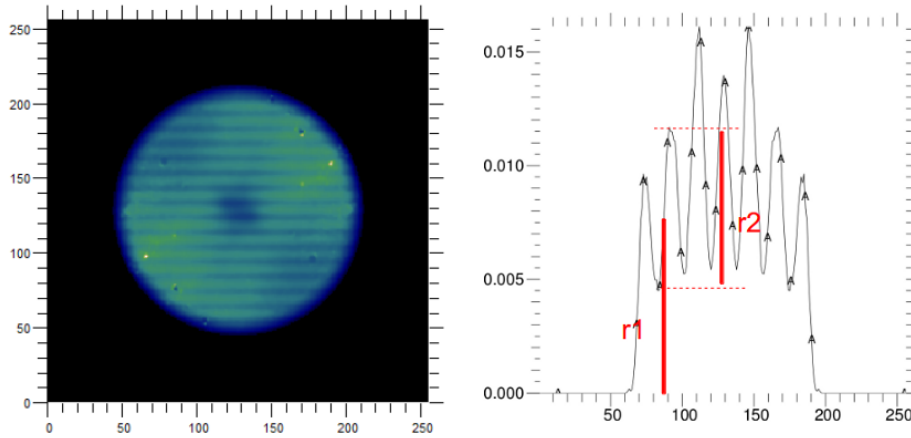


FIGURE 7 – r_1 est la moyenne et $r_2/2$ l'amplitude. Pour une meilleure statistique, on obtient cette courbe en prenant la médiane sur les lignes .

À partir de la courbe, on peut mesurer le rapport r_1/r_2 et en déduire le rapport A/B

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{A^2 + B^2}{4AB} \Leftrightarrow \frac{A}{B} = 2r + \sqrt{4r^2 - 1} \quad (5)$$

On remonte enfin à l'écart en magnitude

$$\Delta mag = 2,5 \log\left(\frac{A}{B}\right). \quad (6)$$

Plus les deux étoiles sont serrées, plus le terme $2\pi\nu s$ du cosinus diminue, et donc la période $T = 2\pi/\omega$ augmente : les rayures sont plus espacées (il ne s'agit pas de franges d'interférences !).

4.2 Mesure de la séparation angulaire

L'auto-corrélation de l'image, figure (8), fournit la séparation angulaire. L'image fait apparaître trois gaussiennes. La séparation se lit directement par l'écart entre les centres de la gaussienne centrale et de celle du bord (la figure est symétrique). L'auto-corrélation est détaillée en annexe. On mesure donc l'écart en pixel et on remonte à l'écart en angulaire en secondes d'arc en multipliant par le champ vu par un pixel.

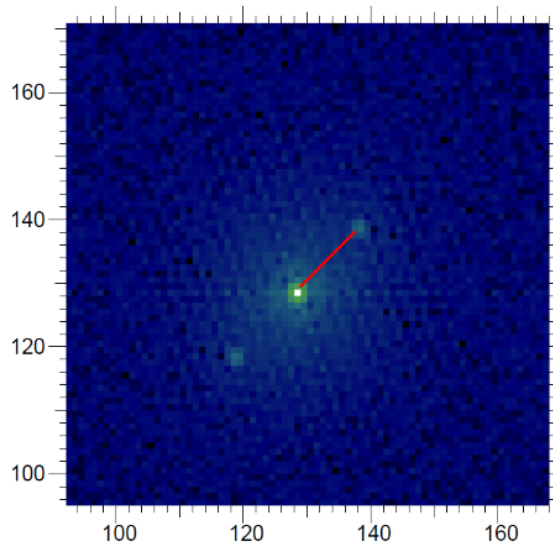


FIGURE 8 – Mesure de la séparation angulaire sur l’auto-corrélation de l’image.

5 Champ d’application de l’interférométrie des tavelures

L’interférométrie des tavelures permet donc de retrouver le pouvoir de résolution théorique du télescope. On peut dès lors s’attaquer à l’observation d’étoiles doubles non résolues, en déduire leur séparation angulaire ainsi que le rapport d’intensité de leur composantes. On comparera ensuite à la littérature (WDS par exemple (cf annexes)). On peut se pencher sur la question des étoiles triples, cas dans lequel la sinusoïde est modulée par une deuxième sinusoïde.

Enfin, la méthode est valable également pour les disques étendus, ce qui suggère par exemple de se pencher sur la détermination du diamètre de Io (dans ce cas, la transformée de Fourier d’un disque uniforme est une fonction de Bessel).

A Annexes

A.1 Références utiles

Le catalogue d'étoiles doubles Washington Double Stars catalog (WDS) :
<http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR-3?-source=B/wds/wds>

Catalogue VizieR :
<http://ad.usno.navy.mil/wds/orb6/orb6.master>

Sixth Orbit catalog :
<http://ad.usno.navy.mil/wds/orb6/orb6.master>

A.2 Auto-corrélation

Une auto-corrélation est une convolution de l'image par elle-même :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} O(x)O(x+d)dx. \quad (7)$$

Il faut voir cette intégrale comme l'aire sous la courbe lorsque la pupille se déplace par rapport à elle-même ; l'aire est nulle quand la distance séparant les centres est supérieure au diamètre de la pupille, croît lorsque les pupilles commencent à se superposer, et atteint son maximum lorsqu'elles sont parfaitement superposées, puis décroît de manière symétrique.

A.3 Pré-traitement

La figure (9) présente la chaîne de pré-traitement des images. On crée d'abord une image de fond moyen avec l'ensemble des images de fond. On vient ensuite soustraire ce fond moyen à chacune des N images de signal (N > 2000) d'une part, et à chacune des N images de fond de ciel d'autre part. On prend alors la transformée de Fourier de chaque image, puis on en effectue la somme. Finalement, on soustrait l'image empilée de fond de ciel à l'image de signal. Tous les traitements éventuels sont appliqués à ce stade avant d'obtenir l'image traitée.

Le masque sur la PSF vise à diminuer du bruit et est détaillé sur la figure (10). Sur une image de signal, il y a du bruit partout, y compris dans la zone de signal. En prenant cette image dans l'espace de Fourier, le signal est concentré dans la zone centrale, de la fréquence spatiale nulle jusqu'à la fréquence de coupure. Dans cette zone, on trouve du signal et du bruit, au-delà, il n'y a plus que du bruit. En sélectionnant sur l'image réelle une zone autour du signal, puis en mettant toute la zone non sélectionnée à zéro, on s'affranchit d'une partie du bruit.

Ce masque est calculé pour chaque image (puisque du fait de la turbulence, la zone de signal se déplace d'une image à l'autre), appliqué sur chaque image de signal et sur chaque image de fond correspondant de la même manière.

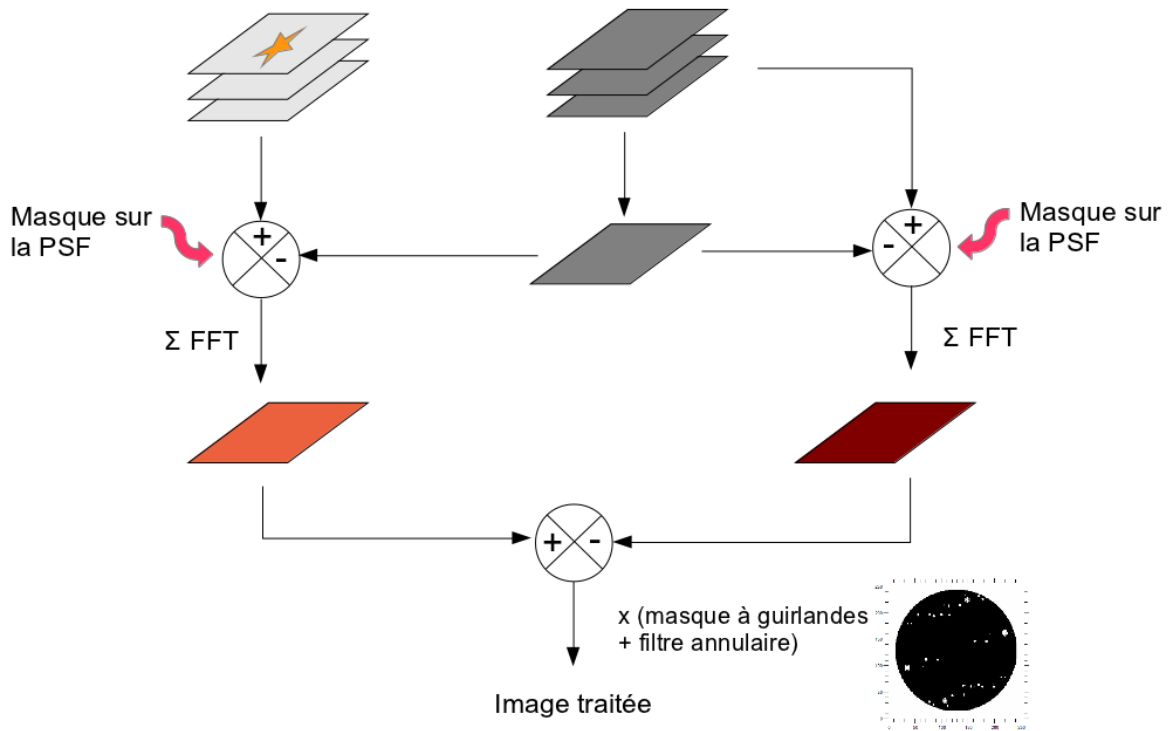
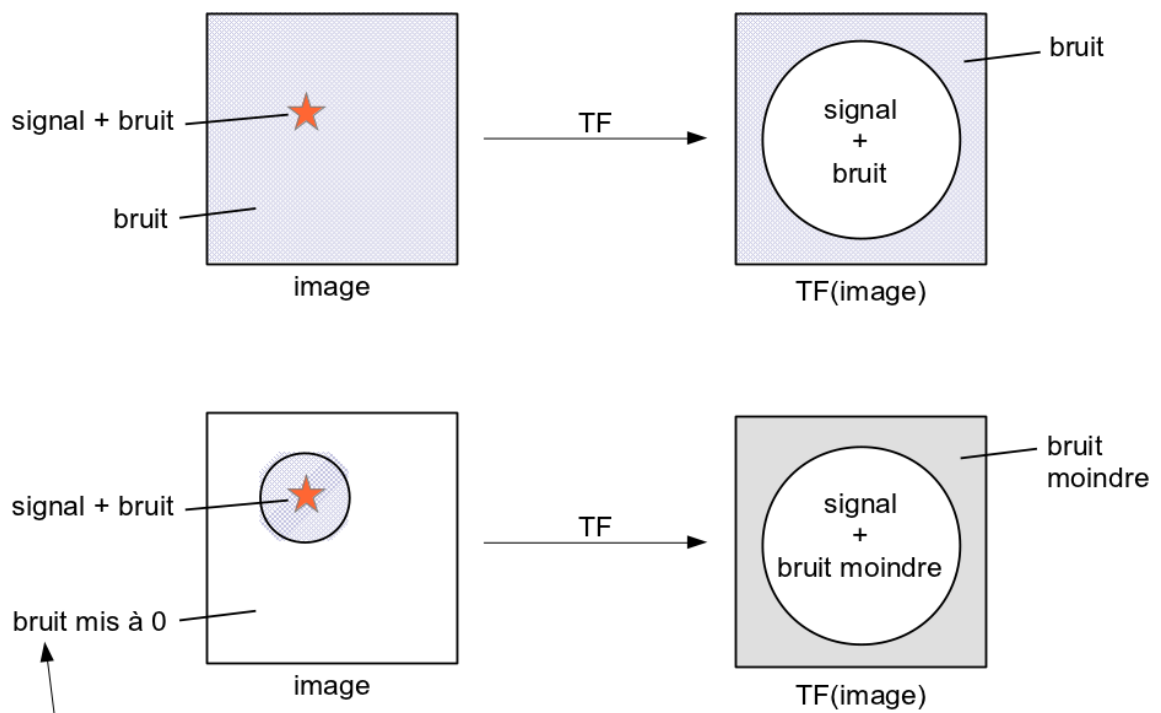


FIGURE 9 – Chaîne de pré-traitement des images.



sur toutes les images et sur tous les fonds de ciel de manière analogue.

FIGURE 10 – Masque sur la PSF afin de diminuer le bruit.